

19

Toets Oriëntatie Wiskunde 2002–2003 15 November 2002, 12.00–12.45 uur

Studenten Natuurkunde en Sterrenkunde maken alleen de eerste 10 vragen.
Alle anderen maken de hele toets.

Zet bij elke vraag een kruisje door de letter die voor het juiste antwoord staat.

1. Welke substitutie is op college gebruikt om $x^3 + px + q = 0$ op te lossen?
 - (a) $x = st, p = t^2$
 - (b) $x = a^2 + b^2, p = ab$
 - (c) $x = u + v, -p = 3uv$
2. Leonhard Euler bewees een stelling over vlakke samenhangende grafen. Laat P het aantal hoekpunten zijn, Z het aantal zijden en V het aantal componenten van het complement van zo'n graaf. Dan luidt de stelling
 - (a) $P - Z + V = 2,$
 - (b) $P + V + Z = 2,$
 - (c) $P - Z + V = 0.$
3. Welke van de volgende oscillatoren is an-isochroon:
 - (a) de harmonische oscillator,
 - (b) de slinger,
 - (c) de slinger waarvan het touw zich vanaf het ophangpunt afwikkelt langs cycloïdale wangen ?

4. Kan een veelvlak met 10 congruente zijvlakken een Platonisch veelvlak zijn?
- (a) ja
 - (b) nee
 - (c) dat hangt van het aantal hoekpunten af.
5. In de *Analyse des infiniment petits*, het eerste leerboek over differentiaalrekening, loste L'Hôpital een probleem over een krachtenevenwicht op. Hij deed dit door
- (a) met een krachtenparallogram te werken.
 - (b) de lengte van een lijnstuk te maximaliseren.
 - (c) een nieuwe methode te gebruiken, die Leibniz later verder ontwikkelde.
6. De bekende formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ voor de slingertijd geldt
- (a) alleen als de slinger aan een touwtje hangt en niet aan een staafje,
 - (b) voor alle voldoende kleine uitwijkingen van de mathematische slinger,
 - (c) alleen voor de bewegingen van de gelineariseerde mathematische slinger.
7. De tijdsparametrisering van de oscillaties der mathematische slinger is problematisch wegens
- (a) het optreden van een elliptische integraal,
 - (b) de transcendentie van het getal π ,
 - (c) modelmatige problemen: door wrijving zijn echte slingers nooit mathematisch.
8. De isochrone kromme van Huygens is een
- (a) cycloïde,
 - (b) parabool,
 - (c) cosinus hyperbolicus.
9. Het *Horologium Oscillatorium* van Christiaan Huygens werd mede geïnspireerd door het volgende probleem uit de zeevaart:
- (a) de bepaling van de Noorder- of Zuiderbreedte,
 - (b) de bepaling van de diepte,
 - (c) de bepaling van de Ooster- of Westlengte.

10. Een faseportret van een oscillator zonder wrijving bestaat uit
- (a) grafieken van de oplossingen als functie van de tijd,
 - (b) niveaokrommen van de energie functie,
 - (c) de cycloïde en zijn evoluit.
11. De volgende regelmatige veelhoek is met passer en lineaal niet-construeerbaar
- (a) de regelmatige vijfhoek,
 - (b) de regelmatige zevenhoek,
 - (c) de regelmatige 17-hoek.
12. Tot de oplossers van Johann Bernoulli's brachistochrone probleem behoorde onder anderen:
- (a) Huygens,
 - (b) Gauß,
 - (c) Leibniz.
13. Bernoulli's oplossing van het brachistochrone probleem gebruikt naast behoud van energie het volgende fysische principe
- (a) het principe van Fermat,
 - (b) de onzekerheidsrelatie van Heißenberg,
 - (c) behoud van impulsmoment.
14. De constructie-regels van de oude Grieken hanteren
- (a) passer en liniaal met schaalverdeling,
 - (b) geodriehoek met gradenboog,
 - (c) passer en liniaal zonder schaalverdeling.
15. Bij de regelmatige tienhoek is de verhouding tussen de lengte van de zijde en de straal van de omschreven cirkel gelijk aan
- (a) $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$,
 - (b) $\sqrt{\pi}$,
 - (c) $\frac{1}{10}$.

16. Bij de tweede diagonaalprocedure van Cantor doet zich onder meer een probleem voor met betrekking tot
- (a) het transcendent zijn van de getallen e en π ,
 - (b) de quadratuur van de cirkel,
 - (c) de meerduidigheid van de decimale notatie.
17. Johann Bernoulli werkte in Groningen omstreeks het jaar
- (a) 1700,
 - (b) 1600,
 - (c) 1800.
18. De brachistochrone kromme van Bernoulli is een
- (a) cycloïde,
 - (b) parabool,
 - (c) cosinus hyperbolicus.
19. Georg Cantor bewees dat de volgende verzamelingen overaftelbaar zijn:
- (a) de verzameling \mathbb{Q} van rationale getallen,
 - (b) de verzameling \mathbb{R} van reële getallen,
 - (c) de verzameling \mathbb{A} van algebraïsche getallen.
20. Johannes Kepler gebruikte de Platonische lichamen
- (a) voor de inhoudsberekening van een wijnavat,
 - (b) als achtergrond van zijn boek *Harmonia Mundi*,
 - (c) voor modellering van toenmalige Zonnestelsel in het *Mysterium Cosmographicum*.